

Discriminación de lesiones de piel mediante la descripción cuantitativa del borde y asimetría utilizando el concepto de compacidad

Raúl Santiago-Montero, Angélica María Ortiz Gaucín

Tecnológico Nacional de México. División de Estudios de Posgrado e Investigación. Instituto Tecnológico de León. Avenida Tecnológico s/n, Industrial Julián de Obregón, 37290 León, Guanajuato, México.

Resumen

La detección temprana de cáncer de piel se ha convertido en una tarea importante para evitar un problema de salud social. La automatización del diagnóstico previo muestra gran interés por la comunidad científica. En este trabajo se utiliza el concepto de compacidad de las regiones como parámetro cuantitativo que permita clasificar lesiones de piel como malignas o benignas con base en el borde y asimetría de su representación binaria dentro de imágenes digitales

Abstract

The early detection of skin cancer has become in an important task to avoid a social problem of health. The automatic diagnosis has shown a great interest in scientific community. In this paper, it is use digital region compactness concept as quantitative parameter which can be used to classification of skin lesion as malign or benign tumor based on measure the border and asymmetry of its binary representation inside a digital image.

Palabras Clave: Compacidad, Análisis de forma, Geometría digital, Reconocimiento de patrones.

1. INTRODUCCIÓN

El cáncer de piel tiene tasas de crecimiento alarmantes por encima 400% según el reporte anual sobre cáncer (Gutierrez, 2007). En México, el Instituto Nacional de Cancerología estima el crecimiento en 500 % (Gutierrez, 2007; De la Fuente, 2010).y ocupa el tercer lugar entre los cánceres de la piel a nivel mundial (De la Fuente, 2010]. Dentro de los cánceres de piel, el melanoma es el cáncer más mortal con el 80 % de las muertes y solo el 14 % de los pacientes con melanoma tiene un pronóstico de vida de más de 5 años. (Alfaro, 2010).

El único tratamiento para el melanoma es la extirpación de la lesión en etapas tempranas. Una vez que el melanoma se desarrolla es altamente resistente a tratamientos, tanto de quimio como radio-terapia y las expectativas de vida para el paciente son escasas. Es por ello la alta prioridad en la detección de este tipo de lesiones en piel apenas su aparición (Gutierrez, 2007; De la Fuente, 2010; Alfaro,2010).

El diagnóstico de melanoma se sospecha por clínica, es decir, si la lesión cumple con ciertas características clínicas que la hagan sospechosa de ser maligna mediante la dermatoscopia u otros métodos no invasivos y se confirma el diagnóstico con el estudio de las células del tejido enfermo usando procesos de histopatología (Alfaro, 2010).

La metodología no invasiva más usada para el diagnóstico de melanoma es la regla clínica ABCDE (A= Asimetría, B= Bordes irregulares, C= Color irregular, D= Diámetro, E= Evolución; este último fue introducido para describir los cambios en la forma de las lesiones a través del tiempo) (d'Amico; 2004; Maglogiannis, 2009; Bono, 1998). El método se basa en evaluar un conjunto de rasgos o características geométricas y de color o textura de la lesión.

Dado el alto crecimiento en la incidencia del melanoma, el enorme número de regiones susceptibles a ser evaluadas que presenta el cuerpo humano (se estima en al menos 15) y la factible de cuantificar las

características; los sistemas de diagnóstico asistido por computadora han despertado un enorme interés (Maglogiannis, 2009). Se ha mostrado que estos sistemas tienen el mismo porcentaje de efectividad que el diagnóstico por clínica por dermatólogos con 2 o más años de experiencia (Rajpara, 2009). Existe una cantidad significativa de propuestas que pueden ser divididas en tres segmentos: procesos automáticos de adquisición de imágenes de lesiones, procesamiento de las imágenes y análisis e inferencia (Maglogiannis, 2009).

La eficacia en la inferencia del sistema está determinada por la naturaleza de la descripción de la característica que se pretende medir. El presente trabajo se enfoca en la descripción cuantitativa de la característica A y B de la lesión.

En el caso de la característica B, se intenta describir el borde mediante alguna relación o expresión que correlacione la irregularidad del borde con un valor específico.

Existen una cantidad de artículos que detallan el proceso de encontrar una medida para la irregularidad del borde de una lesión en piel. Dos caminos para llegar a una medida de irregularidad han sido el índice de compacidad y la dimensión fractal. El índice de compacidad es el más utilizado por su facilidad de calcular (Maglogiannis, 2009; Lee, 2005; Björn Holmström, 2005).

Sin embargo, se argumenta que es inapropiado para describir el borde de la lesión. En general, el argumento se sustenta en dos hechos: la poca sensibilidad a evaluar la presencia de picos y concavidades, y su fácil alteración a la presencias de ruido (Lee, 2005; Björn Holmström, 2005).

Otra propuesta para medir la irregularidad del borde consiste en dividir de la región de la lesión utilizando dos pares de ejes ortogonales que pasen por el centro de masa de ésta. Una variante de este proceso se describe en (Bono, 1998; Björn Holmström, 2005).

En el 2003, Lee propuso los índices de irregularidad. Estos índices son obtenidos a partir de una transformación de la región bidimensional y obtener una función continua. La transformación utiliza de los puntos en el contorno y mide las diferencias que existen frente a una curva patrón (Lee, 2005).

Por otra parte, La asimetría de las neoplasias en piel es uno de los parámetros que contribuye de manera importante, bajo la regla ABCD, para el diagnóstico de melanoma maligno. El proceso general para evaluar la asimetría de una lesión en piel consiste en: determinar un par de ejes ortogonales que dividan la forma de la lesión en cuatro secciones y que tengan como origen el centro de masa; se evalúan las diferencias entre las regiones contenidas en cada cuadrante y se determina un grado de asimetría (Maglogiannis, 2009, Bono, 1998).

Ng y Cheung utilizan un la distancia de simetría (Ng, 1997; Zabrodsky, 1992) para establecer el grado de asimetría de la lesión. La distancia de simetría se genera a partir de medir la distancia entre un conjunto de pares de puntos entre la región a evaluar y una figura simétrica de referencia. La medida se aproxima a cero si la región guarda una similitud con la forma simétrica de referencia. Conforme se requiere una mejor evaluación de la asimetría de la región es necesario evaluar más puntos. No obstante para un conjunto relativamente pequeño, de alrededor de cientos de puntos, el proceso eleva significativamente el trabajo de cómputo. La solución propuesta por Ng y Cheung es limitar el número de puntos haciendo un muestreo a intervalos angulares regulares, con el fin de reducir el proceso de cálculo.

Por otra parte, Bono et al. (Bono, 1998] describen la asimetría de una lesión como el grado de similitud entre la lesión y el círculo. El grado de similitud se obtiene mediante (1) . Propuestas más sofisticadas se han aplicado en la medición de la asimetría. Tal es el caso propuesto en (d'Amico, 2004) donde emplean un proceso topológico ubicando el centro de masa de la región y un conjunto de distancias aplicadas a la función de tamaño (Frosini, 1994)

La propuesta en (d'Amico, 2004) trata las regiones digitales como regiones continuas e interpola los resultados. Sin embargo, las regiones digitales y los parámetros obtenidos dependen fuertemente de la resolución de la imagen digital. Esto es: a diferente resolución, diferentes valores.

El presente trabajo se enfoca en obtener una descripción cuantitativa del borde y la asimetría de una lesión en piel mediante medidas basadas en el concepto de compacidad de las formas y diseñadas para el espacio discreto. Este conjunto de medidas permiten generar un vector de características 4-dimensional que es sometido a proceso de clasificación y se obtengan diagnósticos sobre la presencia de un melanoma utilizando solo la característica A y B de la regla ABCD.

El resto del trabajo está dividido por la descripción de las herramientas utilizadas, el modelo propuesto, los resultados obtenidos y finaliza con una serie de conclusiones.

2. COMPACIDAD

En esta sección se describen las propuestas utilizadas para cuantificar el concepto de compacidad. Además se presenta el modelo de descripción a través de un vector 3-dimensional que será la materia básica en el proceso de automatización del diagnóstico.

2.1 MEDIDAS DE COMPACIDAD

El concepto de compacidad hace referencia al grado de densidad-porosidad de un objeto o al grado disperso-compacto de la forma de este objeto (RAE, 2014). En el caso de la forma, el concepto se aplica tanto al plano como al espacio. Cuantificar el concepto ha recaído sobre la teoría isoperimétrica desde hace varias décadas (Castleman, 1995) y su relación base se ha aplicado como medida de compacidad de las formas (Castleman, 1995; Costa, 2009; Gonzalez, 2007; Jain, 1989; Rosenfeld, 1974), que se determina como:

$$C = \frac{p^2}{A} \quad (1)$$

No obstante su amplio uso, se detectaron efectos no deseables cuando la medida es aplicada sobre formas contenidas en imágenes digitales (Lee, 2005; Bottema, 2000; Rosenfeld, 1974). La medida, en ámbito de las imágenes digitales, es afectada de manera importante por la resolución y la rotación de la forma bajo análisis. Esto es, la forma de un objeto contenida en una imagen digital a diferente resolución produce diferentes valores de compacidad, bajo la medida isoperimétrica. Esta inconsistencia se incrementa cuando se agrega una rotación a la forma.

Hasta ahora se encuentran reportadas 12 propuestas de medir el concepto de compacidad sobre formas en imágenes digitales (Ritter, 2009; Santiago-Montero, 2008). De todas ellas, 5 propuestas se han tomado en función de su sencillez de implementación y que realizan la evaluación de la compacidad aplicando el enfoque de similitud entre la forma bajo estudio y una forma referencia; mismo enfoque que presenta la medida clásica de compacidad.

La primera propuesta que incluimos en este trabajo es la medida de circularidad de Haralick (Haralick, 1974). Esta medida determina la compacidad de una región utilizando el conjunto de distancias entre en centroide de la región y las celda en su borde. No obstante el mayor proceso de cómputo de la medida, la el valor de circularidad de Haralick se muestra sensible a los cambios en la morfología de región. El primer paso para determinar la medida es calcular el centroide de la región digital, Haralick define el centroide como la localización promedio de los elementos de una región digital (Shapiro, 2001), denotado como (\bar{r}, \bar{c}) , donde:

$$\bar{r} = \sum_{(r,c) \in R} r \quad (2)$$

$$\bar{c} = \sum_{(r,c) \in R} c \quad (3)$$

Donde r y c son las posiciones en renglón y columna de las celdas de la región digital.

A partir de este punto de la región digital se calculan distancias euclidianas hacia cada celda en el borde de la región. La medida de circularidad de Haralick es expresada como:

$$C = \frac{\mu_R}{\sigma_R} \quad (4)$$

donde:

$$\mu_R = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} \|(r_k, c_k) - (\bar{r}, \bar{c})\| \quad (5)$$

y

$$\sigma_R = \left(\frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} (\|(r_k, c_k) - (\bar{r}, \bar{c})\|)^2 \right)^{1/2} \quad (6)$$

Como segunda medida se emplea la propuesta de Danielsson. En esta se utiliza un enfoque diferente en el diseño de una medida que evalué la compacidad de las regiones digitales. Se propone usar la información que proporciona cada celda a través de la transformada de distancia (Shapiro, 2001). Danielsson utiliza el principio del momento de inercia y lo normaliza para que el círculo produzca el valor mínimo. La propuesta es nombrada factor G y se expresa, para el espacio discreto, como:

$$G = \frac{N^3}{9\pi(\sum_1^N x_i)^2} \quad (7)$$

Donde N es el número de celdas en la región digital y x_i es el valor de la transformada de distancias en cada celda de la región.

La siguiente medida de compacidad que se emplea en este trabajo es la propuesta por Peura (Peura, 1997). Esta medida establece una relación entre dos regiones. La relación compara la región digital bajo estudio contra un círculo en el espacio continuo. La relación de circularidad de Peura se expresa como una relación entre el perímetro de la región digital y un círculo con igual área. La medida de circularidad de Peura está dada por:

$$C = \frac{2\sqrt{A\pi}}{P_D} \quad (8)$$

Donde A es el número de celdas de la región digital y P_D es el perímetro de la región digital.

La última propuesta que describimos fue diseñada por Bribiesca y se apega al comportamiento que tiene la medida isoperimétrica en espacio continuo. La medida recibió el nombre de Compacidad Discreta Normalizada [18] y ha mostrado su utilidad para evaluar la evolución de tumores cancerígenos; Braumman et

al., utilizan como único parámetro los valores de la C_{DN} en tumores cervico-uterinos [19]. La C_{DN} emplea una relación entre representaciones lineales de áreas. Esta relación compara el área de la región digital de la forma bajo estudio contra una región digital cuadrada con igual área a través de su compacidad discreta C_D . Los valores de la C_{DN} están contenidos en el rango 0-1; mientras que las formas compactas producen valores cercanos a 1 y las más dispersas tenderán al valor de 0. Esta relación se expresa como:

$$C_{DN} = \frac{C_D - C_{Dmin}}{C_{Dmax} - C_{Dmin}} \tag{9}$$

donde

$$C_D = \frac{4n - P}{2} \tag{10}$$

Donde n es el número de pixel que contiene la región digital y P es el perímetro de la región. C_{Dmin} es la compacidad discreta mínima de una región digital con n pixel y está dada por:

$$C_{Dmin} = n - 1 \tag{11}$$


Y C_{Dmax} es la compacidad discreta máxima para una región compuesta por n pixels y se expresa como

$$C_{Dmax} = \frac{4n - 4\sqrt{n}}{2} \tag{12}$$

3. DESCRIPCIÓN DEL BORDE DE LA LESIÓN POR COMPACIDAD


Las lesiones que se emplean son: imágenes segmentadas, binarizadas y diagnosticadas previamente. La descripción se realiza mediante un vector 3-dimensional de compacidad.

Tabla 1. Valores obtenidos de cada medida de compacidad (Haralick, Danielsson, Peura) para una lesión diagnosticada por dermatólogos como benigna.

Región benigna	Descripción
	0.731971643857869
	19.08214965799585
	1.687351050412136

En la Tabla 1 se obtiene la descripción de una lesión clasificada como benigna a través de un vector 3-dimensional de compacidad utilizando las medidas descritas y empleadas en este estudio; donde el primer valor es el obtenido por (8), la segunda por (4) y finalmente, se muestra el valor obtenido por (7). Por otra parte, la Tabla 2 muestra la descripción para una lesión diagnosticada como maligna o melanoma.

Tabla 2. Descripción obtenida por las medidas incluidas en el estudio para una lesión maligna

Región maligna (melanoma)	Descripción
	0.5319088810047378
	5.7119639900771855
	2.708315581066739

4. DESCRIPCIÓN DE LA ASIMETRÍA POR COMPACIDAD

Nosotros proponemos para la evaluación de la asimetría de la lesión, utilizar nuevamente el concepto de centroide (Shapiro) como punto que determina el cruce de ejes. Los ejes determinarán 4 particiones de la región digital. Cada región digital será descrita mediante un vector 4-dimensional de valores de compacidad. Se espera que regiones simétricas tengan valores de compacidad similares, caso contrario a las asimétricas. El proceso se ilustra con las regiones de la Figura 1 y la valoración bajo este enfoque se muestra en la Tabla 3











Región	(a)	(b)	(c)	(d)
				
1	(a)	(b)	(c)	(d)
				
2	(a)	(b)	(c)	(d)

Figura 1. División de las regiones de la Tabla 3 en cuatro sub-regiones a partir de dos ejes que cruzan por el centro de masa de la región

Tabla 3. Descripción de la asimetría de las lesiones en piel representadas en la Figura 3 utilizando diferentes medidas de compacidad.

Las celdas resaltadas muestran las diferencias en valores de compacidad más notorias

Región 1	1(a)	1(b)	1(c)	1(d)
Clásica	36.081818	36.623077	35.135135	32.100209
CDN	0.94725531	0.95079233	0.95175802	0.95821481
C Haralick	4.0552708	2.6715716	3.3698502	3.1490382
C Peura	1.694491	1.7071531	1.672114	1.5982658
Región 2	2(a)	2(b)	2(c)	2(d)
Clásica	22.760536	23.142857	23.29306	23.036649
CDN	0.99118411	0.99055613	0.99034196	0.99088374
C Haralick	4.190369	4.0694204	4.0059821	4.173777
C Peura	1.3458179	1.3570741	1.3614708	1.3539565

5. RESULTADOS

a. BORDE

En este estudio se utilizaron un conjunto de 20 imágenes binarias de las regiones digitales que contienen una lesión en piel humana para la evaluación del borde. La imágenes están tienen una clasificación previa conocida y divididas en dos categorías, diez son benignas y 10 malignas. Del conjunto de imágenes se seleccionaron 5 con regiones clasificadas como benignas y 5 como malignas como conjunto de entrenamiento del modelo KNN.

Tabla 4. Regiones usada como conjunto de entrenamiento del clasificador KNN en el diagnóstico de melanoma.











Imágenes de entrenamiento				
				
1 B	2 B	3 B	4 B	5 B
				
1 M	2 M	3 M	4 M	5 M

Tabla 5. Descripción de las regiones benignas mostradas en el primer renglón de la Tabla 4 mediante sus valores de compacidad.

Datos de entrenamiento: benignos			
Imagen	Peura	Haralick C	Factor G-
1	0.601	10.4558	1.894
2	0.731	19.0821	1.687
3	0.743	14.51696	1.769
4	0.752	10.5891	1.681
5	0.696	10.15409	1.527

En la Tabla 4 se muestran las regiones digitales binarizadas de las lesiones de este conjunto y en la Tabla 5 y 6, sus vectores de características en función de las medidas de compacidad.

Las imágenes restantes se propusieron como imágenes de prueba, las cuales se presentan en la Tabla 7 y 8 con sus inferencias previas y el resultado arrojado por el modelo de clasificación en el último renglón. La eficacia de la representación propuesta de compacidad se puede observar en la Tabla 9 que muestra la matriz de confusión del experimento realizado.

Tabla 6. Descripción de las regiones malignas ilustradas en el segundo renglón de la Tabla 3.

Datos de entrenamiento: malignos			
Imagen	Peura	Haralick C	Factor G
1	0.53190	5.711963	2.708319
2	0.58264	5.97185	2.09514
3	0.48831	4.61046	3.314071
4	0.4785	4.00625	3.07477
5	0.579341	6.30134	2.54245

Tabla 7. Conjunto de imágenes de melanoma, su descripción mediante compacidad y el resultado obtenido por el clasificador junto a un diagnóstico previo.






Imagen					
Peura	0.4601	0.5325	0.5195	0.4365	0.5663
Haralick	5.8355	3.3935	4.5333	5.6488	6.2934
Factor G	2.7250	2.4890	2.9476	2.3757	2.4715
Resul	M-M	M-M	M-M	M-M	M-M

Tabla 8. Conjunto de imágenes de lesiones de piel benignas, su descripción mediante compacidad y el resultado obtenido por el clasificador junto a un diagnóstico previo.






Imagen		 			
Peura	0.60443	0.60713	0.72447	0.71845	0.76838
Haralick	16.48476	12.69999	11.17549	9.19046	14.66675
Factor G	1.79331	1.74325	1.72806	1.88039	1.71360
Resul	B-B	B-B	B-B	B-B	B-B

Tabla 9. Matriz de confusión resultante del proceso de clasificación

Lesión	Benigna	Maligna
Benigna	5	0
Maligna	0	5

b. ASIMETRÍA

Para probar la capacidad de evaluar la asimetría bajo el concepto de la compacidad, la descripción de asimetría propuesta se emplea en un proceso de clasificación automática. El proceso de clasificación utiliza el algoritmo estadístico, no-paramétrico y supervisado KNN, con K igual a uno. En nuestro experimento se utilizan las descripciones de las cinco primeras lesiones benignas y las cinco primeras lesiones malignas de la Figura 2. Con este conjunto se configura el conjunto de entrenamiento del clasificador, las cuales ya han sido diagnosticadas previamente. Posteriormente se someten las siguientes las restantes 10 regiones de la Figura 2 para obtener la una matriz de confusión que valora la eficacia de la propuesta.

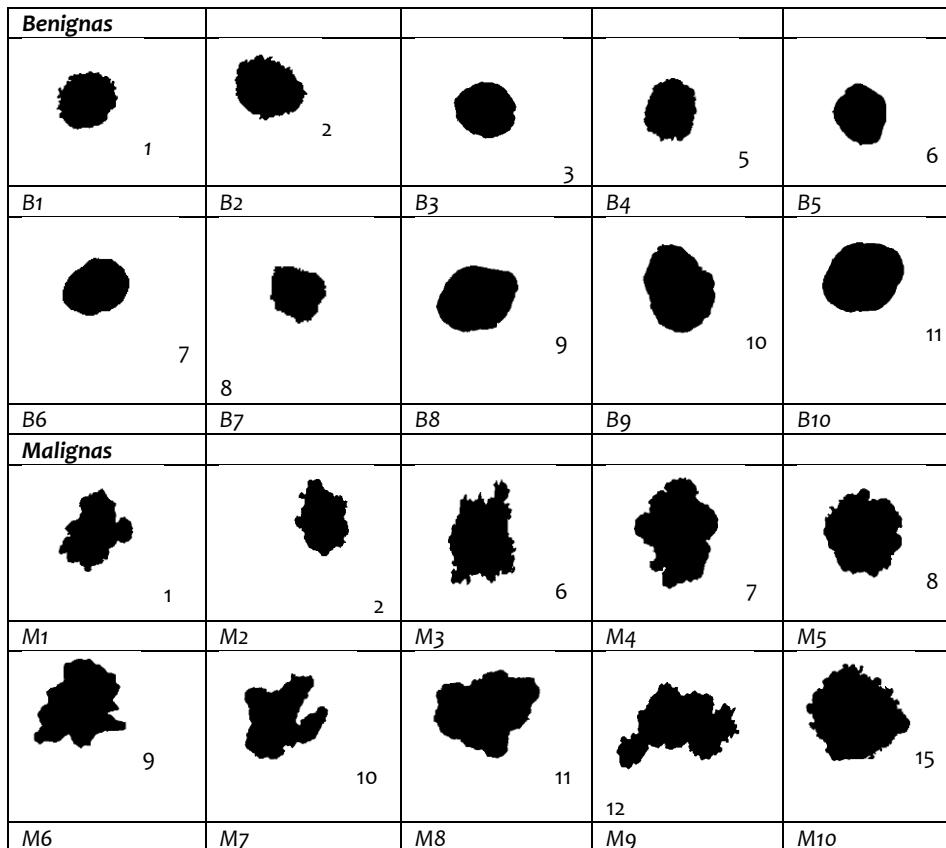


Figura 2. Regiones de entrenamiento (regiones B1-B5 y M1-M5) y de prueba (regiones B6-B10 y M6-M10) para el algoritmo de clasificación KNN.

El experimento se realiza utilizando el algoritmo KNN con una $K=1$, donde se someten vecotes de características 4-dimensional. Se realiza un proceso de clasificación por cada una de las medidas utilizadas. Las matrices de confusión mostradas en las Tablas 9, 10, 11 y 12 contienen los resultados de clasificación para cada medida.

Tabla 9. Matriz de confusión para la clasificación de la muestra utilizando la medida clásica de compacidad.

Clásica	Benignas	Malignas	%
Benignas	3	2	60
Malignas	0	5	100

Tabla 10. Resultado de la clasificación por KNN empleando la medida C de circularidad de Peura.

Peura	Benignas	Malignas	%
Benignas	4	1	80
Malignas	2	3	60

Tabla 11. Eficacia de la medida de circularidad de Haralick para el conjunto muestra.

Haralick	Benignas	Malignas	%
Benignas	2	3	40
Malignas	1	4	80

Tabla 12. Matriz de confusión resultado del proceso de clasificación aplicando la medida de compacidad discreta normalizada.

Discreta Norm.	Benignas	Malignas	%
Benignas	4	1	80
Malignas	1	4	80

6. CONCLUSIONES

No obstante lo limitado de las muestras de los conjuntos de entrenamiento y prueba, los resultados obtenidos por los experimentos realizados muestran que la propuesta puede realizar una efectiva clasificación de lesiones de piel humana y de generar un diagnóstico del cáncer de piel, conocido como melanoma. Hay que destacar que la propuesta solo evalúa dos características de la regla ABCD para el diagnóstico de melanoma; que es empleada por expertos en cáncer de piel.

Por otra parte se muestra que el concepto de compacidad es útil en la generación de una descripción del borde de una región digital. Las medidas aquí empleadas evitan los efectos nocivos que investigadores detecta en la medida clásica de compacidad.

El presente trabajo abre un campo para probar la sencillez, eficacia y lo robusto del concepto de compacidad en diversas aplicaciones donde la evaluación del borde y la asimetría de las regiones sea un factor necesario para procesos de evaluación y clasificación.

Queda pendiente genera una base normalizada de muestras donde se pueda aplicar el concepto ya que las existentes no guarda una normalización den resolución y distancia. Por otra parte, una mejora en la localización del eje mayor a través de momentos estadísticos queda pendiente. En este trabajo se tomó la decisión de no encontrarlos por el agregado de trabajo de cómputo por una parte y probar el concepto en su sentido más sencillo.

7. REFERENCIAS

- [1] R. M. Gutierrez Vídrio y N. Cortés Lozano, Confrontando al melanoma en el siglo XXI, *Med Cutan Iber Lat Am*, 35(1), pp. 3-13, (2007).
- [2] A. De La Fuente-García y J. Ocampo-Candiani, Melanoma cutáneo, *Gac. méd. Méx.*, 146(2), pp. 126-135, (2010).
- [3] A. Alfaro, L. Castrejón y M. Rodríguez Ortiz, Cáncer de piel. Estudio epidemiológico a 10 años de derechohabientes del ISSSTE en Nuevo León, *Dermatología Rev Mex*, 54(6), pp. 321-325, 2010, (2010).
- [4] M. d'Amico, M. Ferri, and I. Stanganelli, I., Qualitative asymmetry measure for melanoma detection, in *ISBI2004: Proceedings of the IEEE International Symposium on Biomedical Images* (Arlington, VA), (2004).
- [5] I. Maglogiannis, C. N. Doukas, Overview of Advanced Computer Vision Systems for Skin Lesions Characterization, *Information Technology in Biomedicine*, Trans on., 13(5), pp. 721-733, (2009).
- [6] A. Bono et al., (1998), The ABCD System of Melanoma Detection, A spectrophotometric Analysis of the Asymmetry, Border, Color, and Dimension, *Cancer*, 85(1), pp. 72-77.
- [7] S. M. Rajpara, A. P. Botello, J. Townend y A. D. Ormerod, Systematic review of dermoscopy and digital dermoscopy/ artificial intelligence for the diagnosis of melanoma, *British Journal of Dermatology*, 161, pp. 591-604, (2009).
- [8] T. K. Lee and Ela Claridge, Predictive power of irregular border shapes for malignant melanomas, *Skin Research and Technology*, 11, pp.1-8, (2005).
- [9] Tor-Björn Holmström , A Survey and Evaluation of Features for the Diagnosis of Malignant Melanoma, Mater Thesis, (2005).
- [10] Real Academia Española, *Diccionario de la lengua española*, Ed. 23.[11] R. O.
- [11] K. R. Castleman, (1995), *Digital Image Processing*, Prentice Hall, (2010).
- [12] L. F. Costa and R. M. Cesar, *Shape Analysis an Classification: Theory and Practice*, CRC Press, Boca Raton, Florida, USA. , (2009).
- [13] R. C. Gonzalez and R. E. Woods, *Digital Image Processing*, Prentice Hall, Upper Saddle, New Jersey, USA, , (2007).
- [14] A. K. Jain, *Fundamentals of Digital Image Processing*, Prentice Hall, USA, (1989)
- [15] A. Rosenfeld, Compact figures in digital pictures, *Systems, Man and Cybernetics*, Trans on., 4, pp. 221-223, (1974).
- [16] M. J. Bottema, Circularity of objects in images, In *International Conference on Acoustic, Speech and Signal Processing*, ICASSP 2000, Istambul, pp 2247-2250, (2000).
- [17] N. Ritter and James Cooper, New Resolution Independent Measures of Circularity, *J Math Imaging Vis*, 35, pp. 117-127, (2009).
- [18] Santiago Montero, R. and Ernesto Bribiesca, *State of the art of compactness and circularity measures*, International of Mathematical Forum, 4(27), pp. 1305-1335, (2008)
- [19] R. M. Haralick, A measure for circularity of digital figures, *Systems, Man and Cybernetics*, Trans on., SMC- 4(4), pp. 334-336, (1974)
- [20] L. G. Shapiro and G. C. Stockman, *Computer Visión*, Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, USA, (2001)
- [21] P. E. D anielsson, A new shap e fac t or . *Co mp u ter Graphics and Image Processing*, 7(2):292–299, (1978).
- [22] M. Peura and J Iivarinen, Efficiency of simple shape descriptors, In C. Arcelli, P. Cordella and G Sanniti de Baja, editors, *Advances in Visual Form Analysis*, pp. 443-451, World Scientific, Singapore, (1997).
- [23] E. Fix and J. L: Hodges Jr., Discriminatory Analysis: Nonparametric Discrimination Consistency Properties, Project 21-49-004, Report Number 4, USAF School of Aviation Medicine, pp 261-279, (1951).

Correo autor: rsantiago66@gmail.com