

Avances y aplicaciones de la técnica de doble proyección de franjas: una revisión actualizada

Nelson Martínez S., Ubaldo Uribe López, Josué del Valle Hernández, Víctor Zamudio Rodríguez,
David Asael Gutiérrez Hernández

Tecnológico Nacional de México, Instituto Tecnológico de León, División de Estudios de Posgrado e Investigación, León, Guanajuato, México

Resumen

La metrología óptica ha presenciado avances significativos en las últimas décadas, con la técnica de Doble Proyección de franjas emergiendo como uno de los enfoques más versátiles. Esta técnica encuentra aplicación en los ámbitos científico e industrial, facilitando mediciones precisas y no destructivas de superficies intrincadas. Dentro de este artículo, profundizamos en los fundamentos, desarrollos recientes y aplicaciones de la metrología óptica a través de la técnica de doble proyección de franjas. Se exploran diversas aplicaciones y metodologías en perfilometría de patrones Moiré, resaltando su relevancia en la cuantificación de la topografía y las estructuras tridimensionales en campos diversos. Se abordan técnicas como la doble proyección de franjas, la recuperación de fase temporal, el desenvolvimiento de fase espacial y la mejora de calidad mediante filtros pasa banda. Esta recopilación abarca aplicaciones que van desde mediciones de formas industriales hasta el seguimiento temporal de perfiles de membranas y la superposición de patrones en metrología. En conjunto, estos estudios muestran la adaptabilidad de la técnica, abarcando la manufactura, la ciencia de materiales, metrología de precisión, el control de calidad y el campo de la biomedicina.

Abstract

Optical metrology has witnessed significant advancements in recent decades, with the double fringe projection technique emerging as one of the most versatile approaches. This technique finds application across both scientific and industrial domains, facilitating precise and non-destructive measurements of intricate surfaces. Within this article, we delve into the fundamentals, recent developments, and applications of optical metrology through dual fringe projection. Several applications and methodologies are explored within Moiré pattern profilometry, highlighting their relevance in quantifying topography and 3D structures across diverse fields. Techniques such as double fringe projection, temporal phase retrieval, spatial phase unwrapping, and quality enhancement through band-pass filters are involved. This compilation encompasses applications ranging from industrial shape measurements to the temporal tracking of membrane profiles and the overlay of patterns in metrology. Collectively, these studies showcase the adaptability of the technique, spanning manufacturing, materials science, metrological practices, quality control, and the field of biomedicine.

Palabras Clave: Doble proyección de franjas, Moiré, filtro frecuencial, perfilometría, PSA

Keywords: Double fringe projection, Moiré, Frequency filter, profilometry, PSA

1. INTRODUCCIÓN

La metrología óptica ha experimentado significativos avances en las últimas décadas, emergiendo técnicas esenciales para la caracterización dimensional y topográfica en diversas aplicaciones industriales y científicas. En este contexto, la técnica de doble proyección de franjas ha demostrado ser una herramienta poderosa para lograr mediciones de alta precisión en superficies complejas y objetos de geometría irregular. El presente artículo de revisión tiene como objetivo compilar y analizar algunos estudios que exploran y desarrollan esta técnica en diversos campos de implementación.

La técnica de doble proyección de franjas (DPF) se fundamenta en la proyección y análisis de patrones de franjas sobre la superficie del objeto en estudio, con el fin de extraer información tridimensional con alta precisión. Los estudios individuales enfatizan las ventajas inherentes a esta técnica, como la captura de imágenes de campo completo, mediciones sin contacto, procesamiento eficiente de datos y alta resolución. Además, se destaca su versatilidad en la configuración del sistema de proyección y su eficacia en diversas aplicaciones.

Los estudios individuales presentan distintas formas de desarrollar la técnica de DPF para aplicaciones tales como la reducción de las sombras en los extremos de los objetos a examinar, mejorando así la calidad de las mediciones en superficies complejas, tomando importancia en aplicaciones como la inspección de productos y la ingeniería inversa. Se enfocan también en la medición de la superficie de objetos que experimentan cambios en su volumen a lo largo del tiempo, lo cual tiene implicaciones importantes en campos como la biomecánica y los estudios de materiales. Se explora la mejora de la calidad de las franjas proyectadas mediante un filtro de frecuencia pasa banda, impactando positivamente en la metrología óptica en general, con énfasis en objetos de formas complejas. Estos estudios también presentan mejoras de la técnica de doble proyección de franjas mediante la separación de colores para la detección de proyecciones superpuestas.

Estos estudios no solo han introducido aplicaciones especializadas de la técnica de doble proyección de franjas, sino que también han contribuido al desarrollo y mejora constante de la técnica en sí misma. Los avances recientes incluyen la implementación de múltiples proyectores y cámaras para tratar con áreas sombreadas, la optimización de algoritmos de desplazamiento de fase y transformadas de Fourier, así como la mejora de la calidad de las franjas proyectadas mediante el uso de filtros de frecuencia de banda. Aunque cada estudio aborda desafíos específicos en su dominio, enfrentan obstáculos comunes como la detección y mitigación de áreas sombreadas, la mejora de la visibilidad de las franjas de interferencia y la optimización de la demodulación de fase.

A través de la revisión de estos estudios, este artículo busca resaltar cómo la técnica de doble proyección de franjas ha impactado significativamente en el panorama de la metrología óptica. Desde la mejora de la calidad de las mediciones hasta la expansión de su aplicación en diversos campos, estos estudios colectivamente han demostrado la adaptabilidad y la relevancia de esta técnica en el ámbito científico e industrial. La compilación proporciona una visión integral de los enfoques particulares y las aplicaciones sobresalientes de cada estudio, abriendo el camino para futuras investigaciones y desarrollos en el emocionante campo de la metrología óptica.

2. FUNDAMENTOS BÁSICOS DE LA DOBLE PROYECCIÓN DE FRANJAS

La técnica de doble proyección de franjas implica una cuidadosa disposición de un sistema compuesto por dos proyectores y una cámara. La ubicación estratégica de estos componentes es esencial para garantizar una proyección precisa de los patrones de franjas y la captura de las imágenes. Este sistema puede variar en complejidad según las aplicaciones específicas y las limitaciones del entorno, ya que tiene la ventaja de poder adaptar sus parámetros.

La esencia de la técnica radica en la superposición de patrones de franjas de luz. Estos patrones se generan digitalmente mediante los proyectores y consisten en franjas de líneas alternas monocromáticas, a menudo con fases diferentes. Al proyectar estas franjas sobre la superficie del objeto bajo estudio, se crea una

interferencia entre ellas. Esta interferencia genera un nuevo conjunto complejo de franjas conocido como patrón de interferencia o patrón de Moiré, que lleva información sobre las características tridimensionales de la superficie. Este patrón resultante exhibe variaciones de intensidad a lo largo de líneas o áreas en función de las diferencias de altura y geometría de la superficie. Mediante métodos matemáticos y algoritmos de procesamiento de imágenes, es posible traducir el patrón de Moiré en datos cuantitativos, como las coordenadas 3D y las alturas de la superficie.

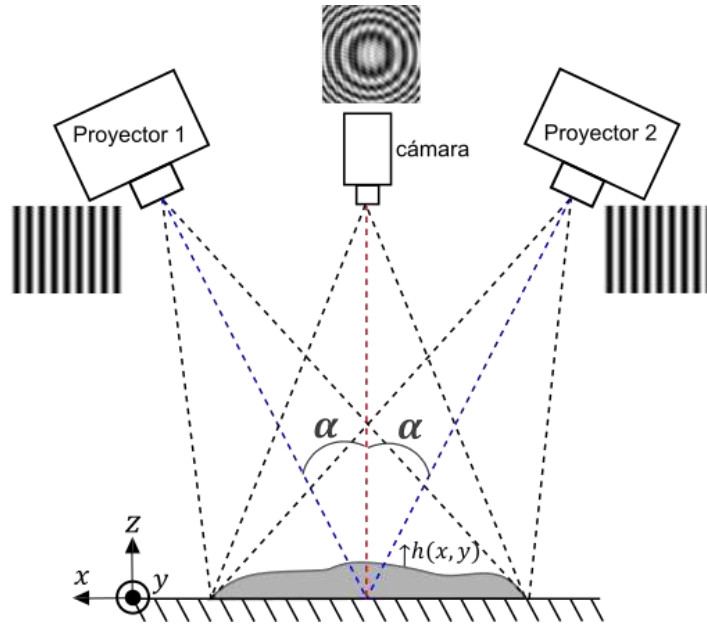


Figura 1. Configuración del sistema óptico para la técnica de DPF

La figura 1 representa la configuración experimental de la técnica DPF donde se utilizan dos proyectores y una cámara. La lente de cada proyector y la de la cámara se encuentran en el mismo plano. La distancia entre la cámara y el proyector 1 es la misma que la de la cámara y el proyector 2. Se utiliza el mismo ángulo de sensibilidad α para ambos proyectores. Tanto la altura h del objeto, como la posición en los ejes (x, y) determinan las deformaciones en las franjas proyectadas.

Numéricamente, la técnica de DPF considera los dos patrones de franjas de frecuencia única e igual proyectados sobre el objeto de muestra y un tercer patrón generado por la superposición de los primeros patrones. El patrón de interferencia resultante puede ser expresada como:

$$I(x, y) = a(x, y) + b_1(x, y) \cos[\phi_1(x, y)] + b_2(x, y) \cos[\phi_2(x, y)] + b_3(x, y) \cos[\phi_3(x, y)] \quad (1)$$

Donde $a(x, y)$ es la intensidad de fondo promedio, $b_{n=1,2,3}(x, y)$ es la amplitud de modulación de las franjas, y $\phi_{n=1,2,3}(x, y)$ denota las fases. Estas pueden ser reescritas en función de las fases portadoras $\varphi_{\alpha,\beta,\gamma}$ y las fases iniciales $\varphi_{1,2,3}$ de la siguiente forma

$$\begin{aligned} \phi_1(x, y) &= \varphi_\alpha(x, y) + \varphi_1(x, y) \\ \phi_2(x, y) &= \varphi_\beta(x, y) + \varphi_2(x, y) \\ \phi_3(x, y) &= \varphi_\gamma(x, y) + \varphi_3(x, y) \end{aligned} \quad (2)$$

La ecuación 1 entonces se expresa de la siguiente manera:

$$I(x, y) = a(x, y) + b_1(x, y) \cos[\varphi_\alpha(x, y) + \varphi_1(x, y)] + b_2(x, y) \cos[\varphi_\beta(x, y) + \varphi_2(x, y)] + b_3(x, y) \cos[\varphi_\gamma(x, y) + \varphi_3(x, y)] \quad (3)$$

Sin embargo, el sensor de la cámara utilizada en el sistema óptico experimental no tiene la capacidad de discernir los diferentes patrones de franjas, por lo que solo puede registrar la intensidad conjunta con una única fase:

$$I(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos[\phi(x, y)] \quad (4)$$

Esta fase $\phi(x, y)$ considera parámetros de la interferencia tales como la frecuencia de portadora espacial f a lo largo de un eje x y una fase $\varphi_0(x, y)$ de modulación de franjas relacionada a la forma del objeto. La ecuación 4 se puede reescribir como:

$$I(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos[2\pi fx + \varphi_0(x, y)] \quad (5)$$

3. DESARROLLOS RECIENTES

3.1. Perfilometría con recuperación espacial de fase.

Se presenta un método de perfilometría de superficie propuesto por [1] basado en la técnica de DPF con recuperación y demodulación de fase a partir de una única imagen aplicando la transformada isotrópica de cuadratura (IQT) [2, 3].

Se emplea un sistema basado en la técnica de DPF. Esta técnica permite obtener imagen en áreas de oclusión en el objeto de estudio, una tarea que se vuelve desafiante con otros enfoques convencionales como la proyección de un patrón de franjas.

Dos proyectores colocados lateralmente (izquierda y derecha) a una cámara en el eje óptico despliegan patrones de franjas con las mismas características sobre el objeto a medir, como se muestra en la figura 1. Ambos conjuntos de franjas son deformados por la superficie del objeto, y su superposición genera un patrón de franjas de Moiré con frecuencias distintas a las proyectadas, el cual proporciona información sobre la topografía de la superficie. La cámara captura el mapa de intensidad de la imagen, que contiene información de la fase requerida para determinar su perfil tridimensional.

Posteriormente, se efectúa la recuperación de la fase mediante el método IQT. Para ello se empleó la función DemiIQT del software XtremeFringe desarrollado para Matlab [4]. El procedimiento comienza con la normalización del patrón de intensidad, el cual preserva la información de contraste de las franjas de Moiré y la modulación de la fase, generando una intensidad normalizada

$$I_N(x, y) = b(x, y) \cos[\phi(x, y)] \quad (6)$$

El término de cuadratura es calculado aplicando la transformada de Hilbert $H\{b(x,y)\cos(\alpha)\} = -b(x,y)\sin(\alpha)$, en conjunto con el operador de cuadratura $Q\{\}$, usando esta función, se puede obtener la fase modulada ϕ_w de la siguiente forma:

$$\phi_w = \arctan\left(\frac{-Q\{I_N\}}{I_N}\right) \quad (7)$$

La fase continua ϕ_u se obtiene usando técnicas de desenvolvimiento multigríd [5, 6].

El trabajo [1] muestra los resultados experimentales obtenidos con su método propuesto en la figura 2.

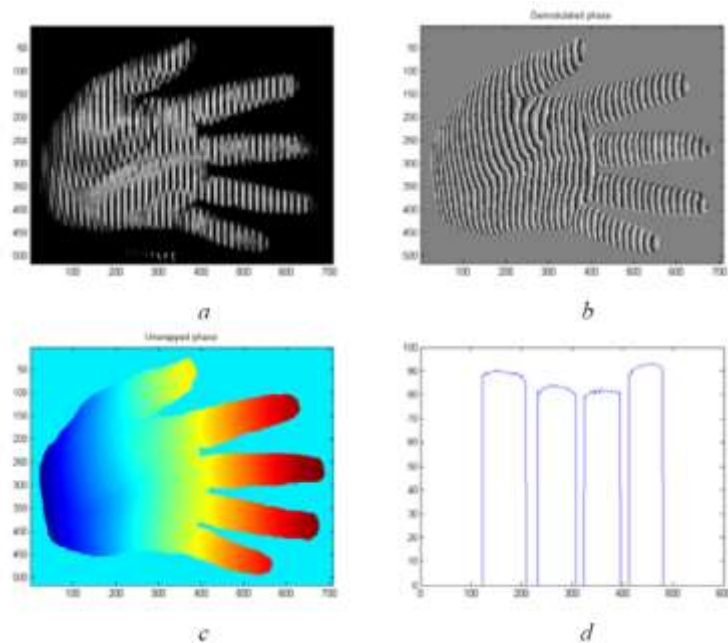


Figura 2. Recuperación de fase de una mano por medio de DPF. (a) Patrón de interferencia; (b) fase envuelta; (c) Fase desenvuelta; (d) Perfil por eje y. Referencia: [1].

Este estudio revela el potencial de la técnica de DPF como un enfoque altamente eficiente para caracterizar perfiles de superficie en objetos de alta complejidad. Ha demostrado ser una aproximación valiosa, ofreciendo una representación precisa de las topografías, incluso en presencia de detalles intrincados, capaz de adquirir información en áreas de occlusión. La facilidad de implementación del método, junto con su rapidez, agrega un nivel de practicidad que lo hace atractivo para aplicaciones en ingeniería. La generación en tiempo real de patrones de Moiré proporciona una visualización preliminar del perfil a medir, permitiendo la mejora de la configuración del sistema y la evaluación inicial de la superficie. Además, este enfoque se distingue por ser no invasivo y libre de contacto, lo que lo convierte en una elección segura para aplicaciones sensibles. La incorporación de la transformada de cuadratura en el proceso de recuperación de fase permite la obtención de información detallada a partir de una única imagen, lo que optimiza el tiempo y los recursos de memoria requeridos para la captura y el análisis.

3.2. Perfilometría con recuperación temporal de fase mediante Phase Shifting

Un método alternativo para obtener el perfil de superficie utilizando un sistema basado en DPF, es la implementación de un procedimiento de recuperación temporal de la fase. El trabajo [7] propone utilizar un

Sistema de generación de patrones de Moiré basado en la técnica de DPF y utilizando un algoritmo de phase shifting (PSA) de 5 pasos para la extracción de la fase.

Una vez capturados los patrones de intensidad mediante DPF, representados de manera general por la ecuación 4, se consideran tanto la fase de modulación de las franjas superpuestas, como una fase inicial de intervalos iguales $\Delta_n = -\pi, -\frac{\pi}{2}, \dots, \pi$ por cada paso $n = 1, 2, \dots, 5$ del PSA, e interpretando la amplitud de modulación de las franjas $b(x, y)$ como la conjugación de los términos de intensidad promedio $a(x, y)$ y la visibilidad de las franjas de interferencia $u(x, y)$, $b(x, y) = a(x, y)u(x, y)$, la intensidad de la cada imagen es representada de la siguiente forma:

$$I_n(x, y) = a(x, y)\{1 + u(x, y) \cos[\phi(x, y) + \Delta_n]\} \tag{8}$$

Estas intensidades son procesadas para recuperar la fase $\phi(x, y)$ mediante la ecuación:

$$\phi(x, y) = \tan^{-1} \left\{ \frac{2[I_2(x, y) - I_4(x, y)]}{2I_3(x, y) - I_5(x, y) - I_1(x, y)} \right\} \tag{9}$$

Los resultados de este método se demuestran experimentalmente con la sección de fuselaje de un modelo de avión como objeto de medición. La figura 3 muestra los patrones de interferencia generados con el cambio de fase Δ_n , y la figura 4 muestra las fases envuelta y desenvuelta resultantes.

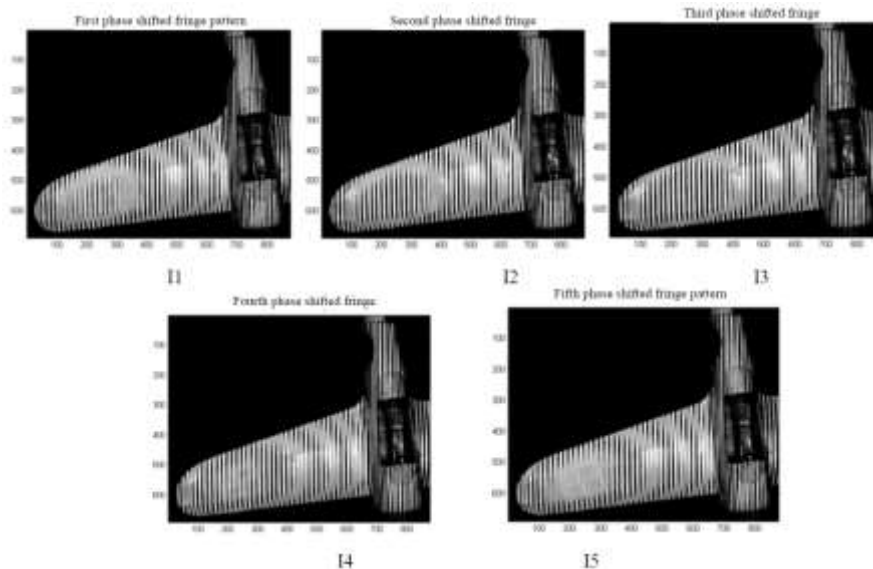


Figura 3. Patrones de interferencia con DPF y PSA de 5 pasos. Referencia: [7]

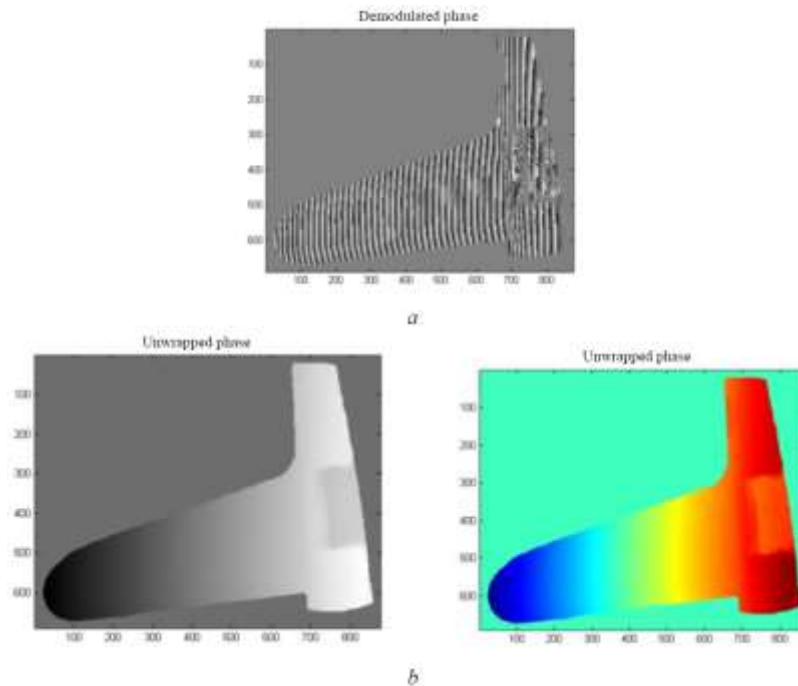


Figura 4. Recuperación de fase. (a) fase envuelta y (b) fase desenvuelta. Referencia: [7]

Este estudio demuestra en su propuesta una forma rápida y eficiente de obtener la fase de la superficie de un objeto. Una de las ventajas más notables es su capacidad para prescindir de la calibración, sincronización y otras consideraciones experimentales, simplificando el proceso de medición y reduciendo potenciales fuentes de error. La integración de la técnica de DPF y PSA resalta la versatilidad y el potencial de combinar enfoques para lograr resultados más completos y con aplicaciones distintas al usar métodos temporales. Estas conclusiones respaldan la eficacia y aplicabilidad de la técnica propuesta en diversas aplicaciones donde se requiere una adquisición rápida y precisa de información tridimensional de superficies.

3.3. Medición de eventos transitorios

La metodología para la implementación de un sistema de DPF propuesta en [8] demuestra una aplicación distinta a la de perfilometría como finalidad en sí. Siendo el principal propósito la medición de eventos dinámicos en una membrana flexible y la obtención de la función de deformación de este objeto. Se presenta gráficamente la respuesta que tiene una membrana flexible de látex con superficie cerrada a un evento transitorio de disminución de volumen, mediante la deflación del objeto por la reducción de aire en su interior.

El procedimiento comienza con la proyección de las franjas por el sistema de DPF sobre la membrana. Se procede a la liberación gradual del aire, mientras se va capturando un video del evento con la cámara, con cierta velocidad de fotogramas por segundo, los cuales corresponden cada uno a un patrón de intensidad con su propio patrón de interferencia y de Moiré. El estudio determina la velocidad v de cambio de volumen V de la membrana, que se considera una esfera, con $v = \frac{dr}{dt}$, que a su vez representa un cambio en el radio r a través del tiempo t :

$$v = \left(\frac{-1}{4\pi r^2} \right) \frac{dV}{dt} \quad (10)$$

Se procede con la implementación del método IQT para la recuperación individual (por fotograma) de fase. La figura 5 muestra el patrón de intensidad con las franjas superpuestas generando una interferencia de crea las franjas de Moiré visibles en tiempo real. También muestra la fase envuelta y la fase desenvuelta. Las franjas de Moiré se irán modificando en fase en relación con el cambio de volumen de la membrana.

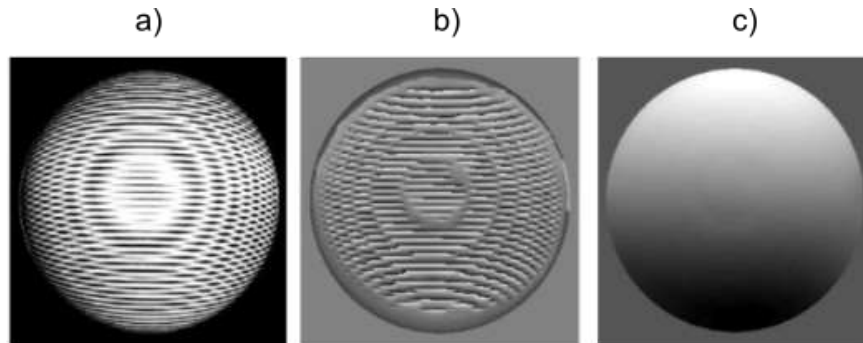


Figura 5. (a) Patrón de intensidad original por fotograma; (b) Fase envuelta; (c) fase desenvuelta. Referencia: [7]

Finalmente, se extrae la información de tres coordenadas específicas de cada mapa de fase (central, superior e inferior). Al ser ordenadas en vectores unidimensionales se pueden representar gráficamente como la transición de la membrana en ese punto del espacio, a través del tiempo y así determinar la función de cambio de volumen, como se muestra en la figura 6.

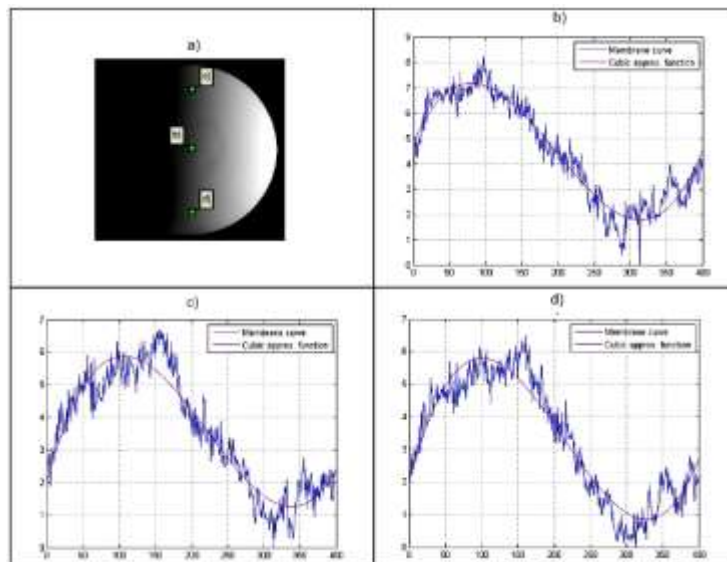


Figura 6. a) Mapa de fase de la membrana indicando las coordenadas de la información extraída de cada fotograma. Funciones de curva obtenidas y comparadas con aproximaciones de 3er grado: b) parte central, c) parte superior y d) parte inferior. Referencia: [8]

Esta investigación muestra una metodología que exhibe la eficiencia del sistema de DPF para medir de manera rápida la respuesta de deformación de una membrana de látex frente a un evento transitorio. La aplicación de la DPF ha permitido capturar y analizar de manera precisa las variaciones puntuales de la membrana, en un tiempo reducido. Asimismo, la incorporación exitosa del método IQT, siendo una técnica de recuperación espacial de fase, ha demostrado ser esencial para medir materiales sometidos a eventos de deformación o desplazamientos. La versatilidad de la metodología propuesta abre un amplio abanico de aplicaciones en

campos como la ingeniería de materiales, la investigación biomédica y la monitorización de eventos transitorios.

3.4. Filtraje frecuencial para extracción de franjas de Moiré y mejoramiento de fase recuperada

La revisión del estudio de Uribe-López *et al.*, 2019 [9] plantea una metodología para la extracción de las franjas de Moiré del patrón de interferencia generado con un sistema de DPF, a partir de la aplicación de un filtro pasa banda en el dominio de las frecuencias.

El patrón de interferencia del objeto a medir es capturado por cámara. Esta imagen es procesada por un filtro pasa bandas en el dominio de frecuencias manteniendo las frecuencias correspondientes al patrón de Moiré. La intensidad inicial reflejada por la ecuación 4, contiene información de fase y su amplitud de contraste de las franjas que, matemáticamente se representa en el segundo término, el cual puede ser modificado por variables complejas exponenciales $c(x, y) = \frac{1}{2} b(x, y) e^{i\phi(x, y)}$ y su conjugado $c^*(x, y)$, como se ve en la ecuación 11.

$$I(x, y) = a(x, y) + c(x, y) + c^*(x, y) \quad (11)$$

Para este proceso de filtrado, se realiza la transformada de Fourier del mapa de interferencia $F\{I(u, v)\} = A(u, v) + C(u, v) + C^*(u, v)$, con coordenadas (u, v) en el dominio frecuencial. Los tres términos de la ecuación tienen una representación espacial en Fourier, donde $A(u, v)$ denota la frecuencia cero que es la intensidad de fondo y los otros dos son los términos de información de diferentes frecuencias del patrón de interferencia. El filtro es implementado en este punto para eliminar las frecuencias remanentes de las franjas proyectadas y de la intensidad de fondo, dejando únicamente las frecuencias correspondientes al patrón de franjas de Moiré. Se devuelve al dominio espacial con la transformada inversa de Fourier para obtener un patrón de Moiré limpio.

Finalmente se recupera la fase con el método IQT. Los resultados de este procedimiento son comparados en la figura 7 con imágenes procesadas donde no se utiliza el filtro de frecuencias antes de la extracción de fase.

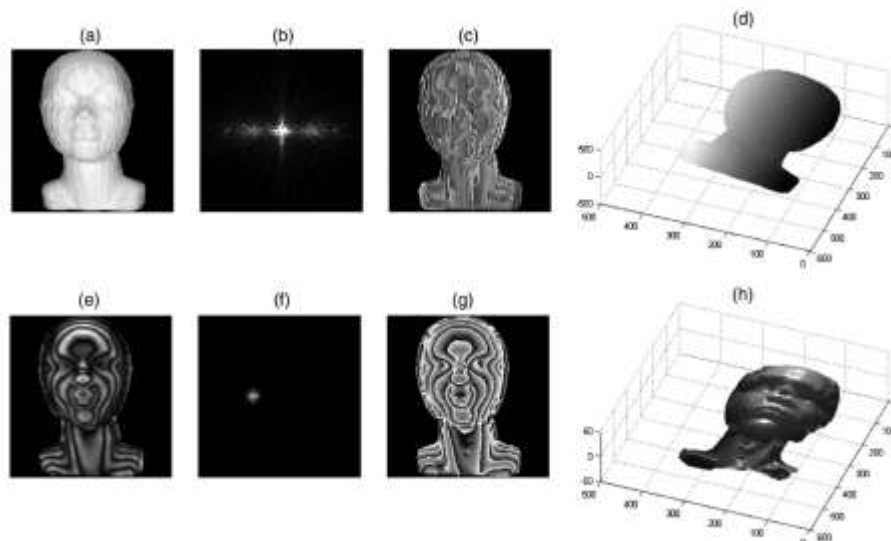


Figura 7. Resultados en una cara de unicycl. Procedimiento sin filtro: (a) Patrón de intensidad original; (b) Mapa de frecuencias correspondiente en el dominio de Fourier; (c) fase modulada; (d) fase desenvuelta. Procedimiento con filtro: (e) Patrón de intensidad filtrado; (f) Mapa de frecuencias correspondiente con filtro pasa bandas aplicado; (g) fase modulada; (h) fase desenvuelta.

Referencia: [9]

La implementación de un filtro pasa banda frecuencial ha demostrado ser un enfoque exitoso para eliminar las frecuencias remanentes originadas por la superposición de proyecciones, lo que contribuye significativamente a la claridad y precisión de los perfiles obtenidos. Para esto, es importante considerar diversos parámetros en el proceso, incluyendo la resolución del sensor de la cámara, el contraste de la iluminación y la densidad de las franjas proyectadas, así como el tipo de objeto y los detalles específicos presentes. Estas variables influyen en la capacidad del sistema para capturar con exactitud las características de la superficie. La técnica ha demostrado ser una excelente aproximación de fase, ofreciendo una representación cercana a la realidad de la topografía de los objetos.

3.5. Calibración de sistema en componentes de la técnica de DPF

Un sistema de calibración de parámetros de los pares proyector-cámara de la técnica de DPF para la reducción de errores es planteado en Jiang *et al.*, 2018 [10] Diseña un procedimiento de corrección de errores estimando una función de error residual desde la información de calibración para el registro 3D. Establece dentro del procedimiento, un método de fusión de datos que utiliza el ángulo entre la dirección de proyección y la normal de la superficie del objeto a medir.

Con el uso de la técnica de DPF para resolver problemas de la proyección de un único patrón de franjas, realiza un procedimiento computacional para calibración de precisión. Para ello, utiliza un algoritmo de phase shifting con mínimos cuadrados (LS-PSA). Lo patrones de intensidad son representados así:

$$I_k(x, y) = I'(x, y) + I''(x, y) \cos(\phi + 2\pi k/N) \quad (12)$$

Siendo k el número de paso de la técnica, hasta el número total N de cambios de fase, $I'(x, y)$ y $I''(x, y)$ los términos de intensidad de fondo y la amplitud de las franjas respectivamente. Para resolver la fase $\phi(x, y)$ con N número de ecuaciones mediante mínimos cuadrados, se tiene:

$$\phi(x, y) = -\tan^{-1} \left[\frac{\sum_{k=1}^N I_k(x, y) \sin(2\pi k/N)}{\sum_{k=1}^N I_k(x, y) \cos(2\pi k/N)} \right] \quad (13)$$

Para obtener la fase continua ϕ_u , se consideran $N = 18$ patrones de intensidad del LS-PSA

$$\phi_u(x, y) = \phi(x, y) + 2\pi xk \quad (14)$$

El sistema de calibración realiza un escalamiento de coordenadas reales a un sistema de coordenadas de imagen captado por la cámara y dependiente de esta y de su relación entre cada proyector. Para calibrar cada proyector individual en relación con la cámara se utiliza el modelo de pinhole [11]. Se utiliza un tablero plano de calibración con fondo negro y círculos blancos impresos, con distancias conocidas entre los círculos. Este tablero es colocado en distintas ubicaciones y con esto se calculan los parámetros intrínsecos de la cámara. El proyector se utiliza para generar imágenes en el tablero y, usando el método de Zhang & Huang, 2006 [12] para relacionar los pixeles correspondientes entre la cámara y el proyector, se puede calibrar este último. Patrones de phase shifting, tanto en horizontal como en vertical, son utilizados para recuperar las fases ϕ_h y ϕ_v respectivas usando PSA y desarrollándolas por medio de un algoritmo basado en código gray [13].

Después de la calibración intrínseca, se calibran los parámetros extrínsecos, donde se construye el sistema de coordenadas reales y se estima la relación de transformación entre el sistema de coordenadas del objetivo de cada dispositivo y el sistema de coordenadas reales. Establece un sistema de coordenadas reales único donde los resultados de reconstrucción de los dos proyectores son alineados bajo el mismo sistema de coordenadas 3D.

Según el estudio de Zhang & Yau, 2008 [14], el sistema de coordenadas reales se construye en el tablero de calibración con ejes (x, y) paralelos al tablero y el eje z perpendicular al tablero. Para utilizar la misma posición para todos los dispositivos, se elige el mismo punto físico, el centro del círculo como el origen. Para cada posición, ambos proyectores despliegan patrones y la cámara captura todas las imágenes de franjas para extraer los centros de los círculos en cada plano de imagen. Luego, se utiliza un método estándar de calibración de cámara estéreo para la estimación de los parámetros extrínsecos. Se alinea el sistema de coordenadas reales con el sistema de coordenadas de la lente de la cámara utilizando matrices de rotación y escalamiento para obtener los parámetros intrínsecos y extrínsecos de los componentes [10].

En Chen *et al.*, 2016 [15] se propone un método para mejorar la calibración basada en patrones de círculos al refinar la detección de bordes de los círculos y compensar de manera iterativa el error de calibración causado por ubicaciones inexactas del centro de los círculos. La vía de ejecución es ajustar una función de error residual a partir de los datos de calibración para compensar los pequeños desalineamientos residuales. Con los parámetros calibrados, se reconstruyen las coordenadas 3D de los centros de los círculos. Se requieren al menos 20 centros de círculos para estimar todos los parámetros de diferencias en las coordenadas de un par proyector-cámara con respecto del otro. Por medio de un algoritmo de mínimos cuadrados se obtiene la solución de ecuaciones con los parámetros de las coordenadas de los dos pares, Donde se introducen sus parámetros para estimar la función error de la medición 3D de cada proyector.

La proyección de los patrones de franjas sobre el objeto por cada proyector genera una diferencia de fase relativo al ángulo de proyección y de la normal a la superficie. Para ambos pares de proyector-cámara, podemos calcular su respectivo ángulo de proyección en cada punto 3D recuperado, y el punto de datos con un ángulo más pequeño tiene una mayor precisión de medición. Si la diferencia de ángulo calculada entre el proyector izquierdo y derecho está dentro de un umbral de diferencia de ángulo definido, se combinan los datos en 3D de los dos subsistemas con un factor de ponderación determinado por la diferencia de ángulo.

Si la diferencia de ángulo es mayor que el umbral, seleccionamos el punto 3D con el ángulo más pequeño, que proporciona una mejor calidad de medición para el resultado de medición final.

La figura 8 muestra los resultados de la medición 3D mediante la implementación del procedimiento de calibración.

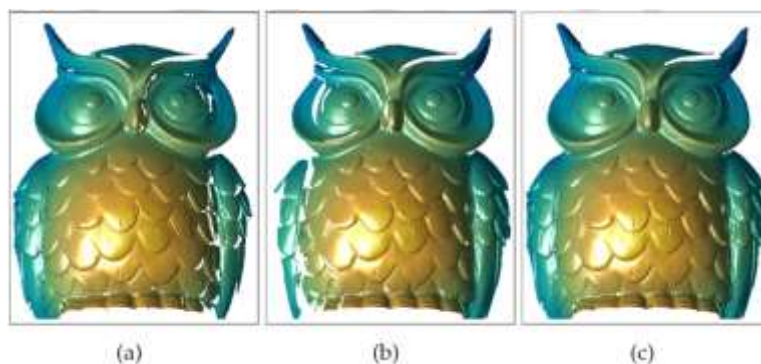


Figura 8. Resultados de la medición 3D de una estatua con detalles complejos. (a) Reconstrucción 3D usando un patrón de franjas proyectadas desde el proyector izquierdo; (b) Reconstrucción 3D usando un patrón de franjas proyectadas desde el proyector derecho; (c) resultados 3D de (a) y (b) aplicando el método propuesto en este trabajo. Referencia: [10]

Esta revisión enriquece el sistema de perfilometría por DPF, a través de un procedimiento de calibración respaldado por un algoritmo de corrección de error residual. Se propone un algoritmo de fusión de datos que se fundamenta en el cálculo del ángulo de proyección, permitiendo la integración de dos proyecciones de geometría en un solo perfil, lo que mejora la precisión y mejora la cantidad de adquisición de datos de las mediciones tridimensionales. Los resultados experimentales confirman la resolución de los problemas de sombras laterales inherentes a la proyección única. La incorporación de matrices de calibración para cada par proyector-cámara ha fortalecido la consistencia de las mediciones en un sistema único de coordenadas tridimensionales.

3.6. Perfilometría con Separación de rejillas de colores superpuestas

La técnica de doble proyección mantiene una versatilidad tal que permite implementarse en aplicaciones de medición a color, como la presentada en Zhang *et al.*, 2021 [16]. Este trabajo propone un método de medición de perfil de superficie basado en DPF utilizando distintos canales de colores en los patrones de franjas para cada proyector. En uno de ellos, se despliegan franjas senoidales que van desde el negro hasta el azul. El en otro el canal de color será el rojo. Estos, al ser proyectados simultáneamente, se superponen sobre el objeto y una única imagen es capturada. El objetivo es conseguir separar los patrones de franjas de la imagen de interferencia y recuperar la fase de cada patrón proyectado.

Los patrones de franjas son proyectados con una orientación distinta, siendo el del proyector del lado izquierdo con el canal rojo y orientado verticalmente. La orientación de las franjas del proyector del lado derecho con el canal azul es horizontal.

Para la obtención de fase, se utiliza PSA de 4 pasos de doble frecuencia [17] usando patrones de franjas de baja y alta frecuencia para su implementación, ya que este método elimina ruido por luz ambiental y reflexividad de la superficie.

Los patrones de intensidad de cambio de fase son representados por la ecuación 12. Su fase se obtiene mediante la bien conocida ecuación:

$$\phi(x, y) = \arctan \left[\frac{I_1(x, y) - I_3(x, y)}{I_4(x, y) - I_2(x, y)} \right] \quad (15)$$

Para obtener la fase desenvuelta se utiliza la ecuación 14.

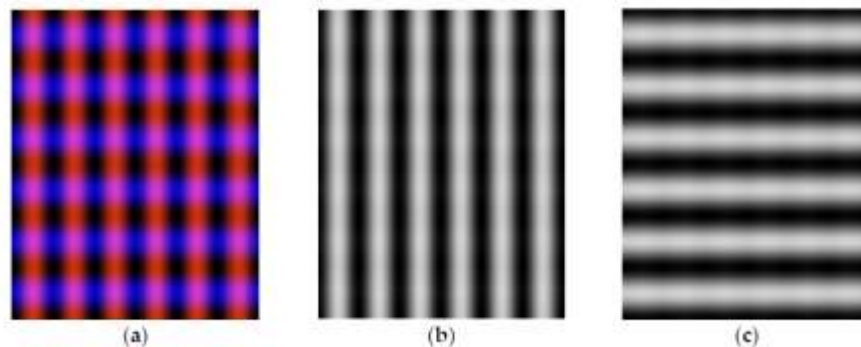


Figura 9. (a) Franjas superpuestas; (b) imagen en gris de canal rojo; (c) imagen en gris de canal azul. Referencia: [16]

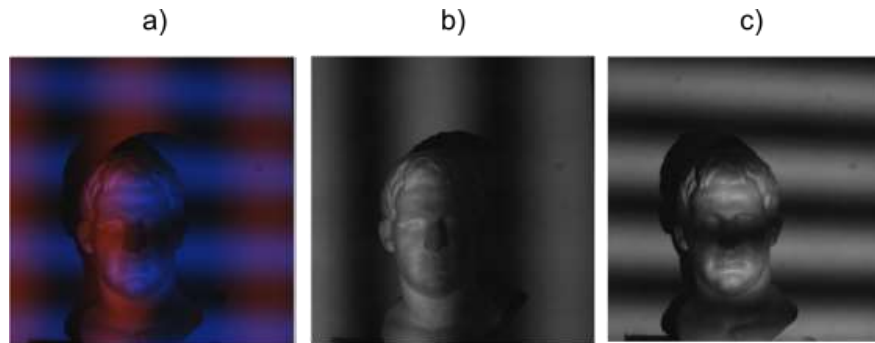


Figura 10. Proyección de franjas con dos canales sobre un objeto complejo. (a) fotografía con franjas superpuestas; (b) imagen del canal rojo proyectado por proyector izquierdo; (c) imagen del canal azul proyectado por proyector derecho. Referencia: [16]

El método propuesto con este enfoque mejora la eficiencia y velocidad de medición al reducir el número de imágenes requeridas. Específicamente, el método de desplazamiento de fase de cuatro pasos de doble frecuencia aumenta el 50% la eficiencia y velocidad de medición. Los ajustes en los parámetros del sistema, como la sustitución de la cámara monocromática por una cámara a color y la simplicidad en la ubicación de cámaras y proyectores, contribuyen a mejorar la practicidad y operación del sistema. La separación de patrones de franjas proyectados en color (rojo y azul) en ambos lados de la rejilla superpuesta es una propuesta innovadora, que elimina la necesidad de codificación de proyección o algoritmos de separación complejos.

3.7. Sistema multi-vista con rectificación de fase

Un planteamiento distinto a los analizados en esta revisión es el propuesto en Shaheen *et al.*, 2021 [18] un método para caracterizar un sistema de proyección de franjas multi-vista que no requiere la caracterización del proyector. La configuración se compone de dos sistemas estéreos de dos cámaras a los lados y un proyector en el centro. Se enfoca en determinar las correspondencias en el dominio de fase utilizando los mapas de fase rectificadas, y triangulando los valores de fase coincidentes para reconstruir la forma tridimensional del objeto.

Este trabajo consiste en el procedimiento de varios pasos. Primero se encuentra la caracterización de la cámara, que se realiza colocando un tablero de ajedrez en el campo de visión de todas las cámaras (cuatro cámaras, dos por sección de proyección). Se capturan imágenes del tablero en diferentes orientaciones con todas las cámaras. Cada una se caracteriza por separado utilizando un modelo de pinhole. Después se generan los parámetros del par de cámaras. La orientación y ubicación relativas en cada par de cámaras se definen con respecto a la primera posición del tablero de ajedrez, que se encuentra en el campo de visión de las cámaras y corresponde al mismo sistema de coordenadas.

Un sistema de proyección de franjas puede ser modelado matemáticamente como un sistema de cámara estéreo y se basa en la triangulación de puntos comunes entre el proyector y la cámara. Una de las cámaras en el par estéreo es reemplazada por un proyector y la correspondencia se determina por las características del patrón de franjas.

El método de recuperación de fase es el de proyección de franjas con phase shifting. El valor de fase en cualquier píxel en particular se puede determinar a partir de las N imágenes capturadas con cambios de fase [19]. Se utiliza un desenvolvimiento temporal de fase [20], donde sus errores son corregidos mediante un algoritmo de filtrado que realiza la convolución del mapa de fase continua con un filtro de detección de bordes Sobel, que elimina los picos y caídas aleatorias en el mapa de fase. Para triangular un gran número de puntos

se rectifican las imágenes estéreo y estiman el mapa de disparidad. La rectificación es una transformación aplicada a las imágenes para proyectarlas sobre el mismo plano y puede tener en cuenta la distorsión de la cámara y el par estéreo de cámaras no coplanares [21].

Las fases obtenidas por las cámaras adyacentes se tratan como mapas de fase estéreo. Los mapas de fase son procesados por un algoritmo de reducción de ruido mediante un filtro pasa bajo que atenúa los componentes de alta frecuencia, corrige los mapas de fase para eliminar la distorsión radial y tangencial de la lente y, utilizando la información de los parámetros estéreo, obtiene la versión rectificada de los mapas de fase izquierdo y derecho.

La rectificación de las imágenes de fase restringe la exploración de correspondencias a una única línea. Al seleccionar esta línea idéntica en ambas imágenes de fase rectificadas, se procede a buscar correspondencias al identificar los puntos donde los valores de fase coinciden. Esta secuencia de pasos da como resultado la generación de un mapa de disparidad. El proceso de estimación de disparidad sigue un enfoque iterativo, partiendo del valor de fase en la imagen de la cámara izquierda y cotejándolo con la línea correspondiente en el mapa de fase de la cámara derecha mediante una búsqueda del vecino más cercano. Para la identificación de k -vecinos más cercanos, la exploración en la imagen de fase derecha se logra mediante un método de búsqueda exhaustiva. Este método calcula las distancias entre cada punto de consulta y cada punto en la imagen de fase derecha, las organiza en orden ascendente y proporciona los k puntos con las distancias más pequeñas. La búsqueda del vecino más cercano resulta en una matriz numérica que presenta los índices de los vecinos más próximos.

Las diferencias absolutas de fase en la coordenada de fila de los mapas de fase rectificadas, para el mismo valor de fase visto en las imágenes de fase de las cámaras izquierda y derecha, son los valores de disparidad. Las disparidades se filtran para descartar valores de fase fuera del rango de disparidad esperado. Para tener en cuenta los valores de disparidad, se extraen las dos diferencias de fase más bajas de la línea y se determina un ajuste lineal entre los dos puntos de fase y la intersección. Para acceder a los mismos valores de fase en los mapas de fase estéreo rectificadas y desplegadas, se generan mapas de ubicación en (x, y) para N valores de fase. Al incorporar el mapa de ubicación y la información de disparidad, se determinan los puntos de fase coincidentes entre las imágenes rectificadas.

Posteriormente, se obtienen los puntos tridimensionales basados en el principio de triangulación. El cálculo depende de encontrar el punto tridimensional, que se estima mediante la intersección de rayos proyectados en dirección inversa desde los pares de puntos de imagen de fase correspondientes a través de sus matrices de proyección de cámara asociadas [22]. Se obtiene la matriz de proyección de la cámara, que establece una correspondencia entre los puntos tridimensionales en coordenadas homogéneas y los puntos equivalentes en la imagen de fase capturada por la cámara. Este proceso se lleva a cabo empleando la información sobre las características de la cámara, su rotación y traslación. Los puntos de fase que se alinean en los mapas de fase estereoscópicos rectificadas se fusionan con la matriz de proyección correspondiente a las cámaras cercanas. A partir de esta fusión se calculan las coordenadas tridimensionales del objeto en cuestión.

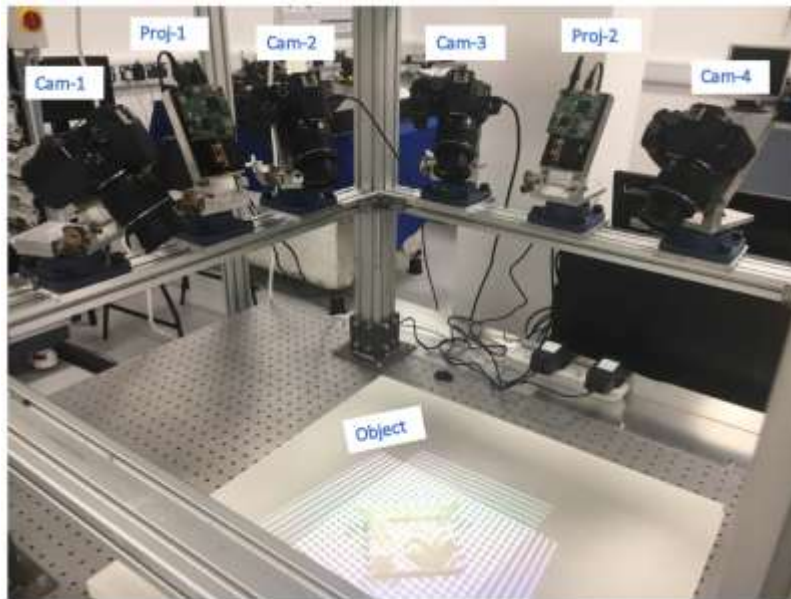


Figura 11. Sistema de proyección de franjas multi-vista. Referencia: [18]

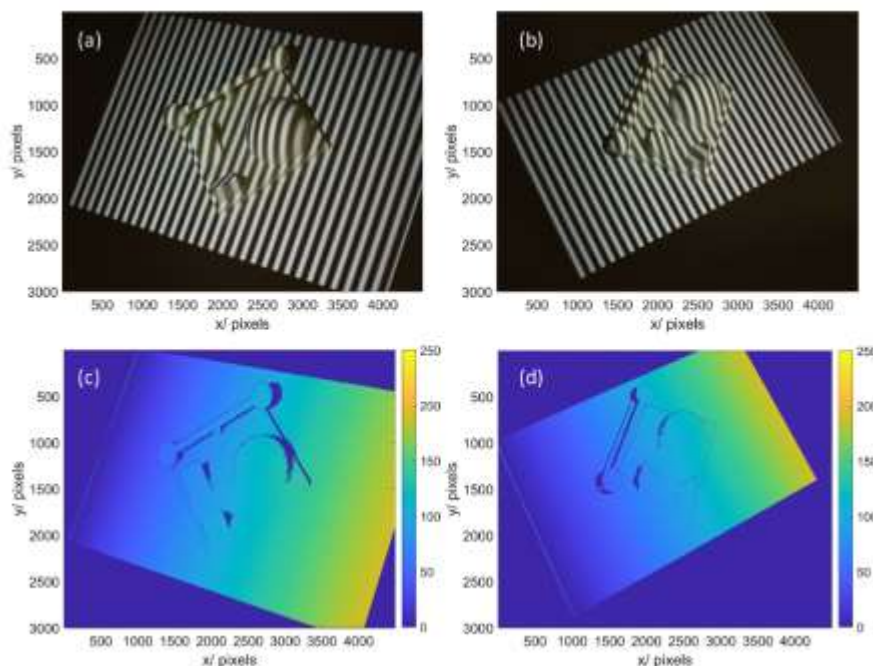


Figura 12. Imágenes de objeto complejo con las franjas proyectadas. Imágenes capturadas por dos cámaras en configuración estéreo (a) cámara 1 y (b) cámara 2. Mapas de fase desvenuelta filtrada de (c) la imagen mostrada en (a) y (d) la imagen mostrada en (b). Referencia: [18]

Un enfoque de caracterización novedoso para la proyección de franjas en un sistema de vista múltiple. El método se basa en la identificación de correspondencias entre mapas de fase estéreo rectificadas, lo que permite la triangulación de valores de fase coincidentes para obtener representaciones en 3D. No depende de la caracterización individual del proyector, ya que las cámaras estéreo comparten el mismo valor de fase. Sin

embargo, la eficacia está vinculada a la adecuada caracterización del sistema, y los desplazamientos en los pares de cámaras pueden afectar su robustez.

Los resultados de la reconstrucción en 3D desde múltiples perspectivas se ubican en un marco global y no requieren de procesos de registro. Se ha demostrado que la técnica de DPF tiene la flexibilidad para configurar el sistema de diversas maneras, lo que amplía su aplicabilidad y versatilidad en el campo de la metrología de superficies.

4. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

La revisión exhaustiva de trabajos de investigación sobre la técnica de DPF para la caracterización de perfiles de superficie en objetos de alta complejidad ha arrojado un conjunto de conclusiones coherentes y prometedoras. Los estudios destacan el potencial inherente de la técnica de perfilometría para ofrecer representaciones precisas de topografías, incluso en presencia de detalles intrincados y áreas de oclusión. La técnica se destaca por su capacidad para obtener información en tiempo real, su carácter no invasivo, su visión de campo completo y su naturaleza libre de contacto. Estas cualidades combinadas convierten a esta metodología en una elección segura y versátil para una variedad de aplicaciones que abarcan desde el ámbito de la ingeniería hasta el campo de la investigación biomédica.

La eficiencia y velocidad intrínsecas a la técnica de DPF han sido consistentemente resaltadas en los análisis efectuados en los distintos estudios. La habilidad precisa de esta metodología para adquirir las variaciones localizadas en la superficie de los objetos ha sido empíricamente confirmada, lo cual permite efectuar mediciones ágiles y confiables en tiempos reducidos. La implementación de procedimientos como el desplazamiento de fase, la discriminación de los patrones de franjas mediante proyección en colores, la aplicación de la transformada de cuadratura y la fusión de datos, ha enriquecido notablemente la técnica, resultando en una mejora notoria tanto en la calidad como en la cantidad de datos obtenidos en las mediciones tridimensionales. Estas adiciones han demostrado ser tanto innovadoras como efectivas, elevando la eficiencia y practicidad del sistema de medición.

Es importante señalar también la destacada versatilidad que la técnica de DPF ha demostrado al ser implementada en sistemas de múltiples vistas y en la medición de eventos dinámicos. Esta adaptabilidad ha sido claramente evidenciada en los resultados, permitiendo la aplicación de la técnica en escenarios más complejos y en la captura precisa de fenómenos en movimiento.

La revisión destaca la versatilidad y el potencial continuo de la técnica de DPF en la metrología de superficies. Las innovaciones presentadas en los estudios revisados han enriquecido la metodología y la han adaptado a una variedad de aplicaciones. A medida que la tecnología sigue evolucionando, es evidente que la técnica de DPF seguirá siendo una herramienta valiosa para la caracterización de perfiles de superficie en objetos de alta complejidad en diversos campos científicos y de ingeniería.

REFERENCIAS

- [1] Gutiérrez-Hernández, D., Atondo-Rubio, G., Parra-Michel, J. R., Santiago-Montero, R., Romero, V., Hernández, J. & Ibarra Solís, I. (2015). "Double-digital fringe projection for optical phase retrieval of a single frame". *Journal of Optoelectronics and Advanced Materials*. 17. 1248-1253.

- [2] Hernández, J., De la Rosa, J., Rodríguez, G., Flores, J., Tsonchev, R., García-Torales, G., Alaniz-Lumbreras, D., & González, E., (2018). "The 2D Continuous Wavelet Transform: Applications in Fringe Pattern Processing for Optical Measurement Techniques. Wavelet Theory and Its Applications". InTech. DOI: 10.5772/intechopen.74813.
- [3] Larkin, K., Bone, D., & Oldfield, M. (2001). "Natural demodulation of two-dimensional fringe patterns. I. General background of the spiral phase quadrature transform". *JOSA A*, 8: 1862-1870.
- [4] Quiroga, J., Crespo, D., & Gómez-Pedrero, J. (2015). "XtremeFringe®: state-of-art software for automatic processing of fringe patterns". *Proc. of SPIE*, 6616, 66163Y-1-10.
- [5] Botello, S., Marroquín, J. L., & Rivera M. (1998). "Multigrid algorithms for processing fringe-pattern images". *Appl Opt*, 37 (32), pp. 7587-7595.
- [6] Rivera, M., Hernández-López, F. & González, C. (2015). "Phase unwrapping by accumulation of residual maps". *Optics and Lasers in Engineering*. 64. 51 - 58. 10.1016/j.optlaseng.2014.07.005.
- [7] Gutiérrez-Hernández, D., Parra, J., Atondo-Rubio, G., Tellez-Quiñones, A. & Del Valle, J. (2016). "Fast phase retrieval by temporal phase shifting and double-digital fringe projection". *Journal of optoelectronics and advanced materials*. Vol. 18, No. 9-10, pp. 750.
- [8] Uribe-López, U., Gutiérrez Hernández, D., Casillas-Rodríguez, F., Téllez-Quiñones, A., Parra-Michel, J. R., Hernández, J., Escobar, M. A., (2019). "Measurement of transient dynamics on a flexible membrane by double digital fringe projection". *Journal of Optoelectronics and Advanced Materials*. 21. 1-5.
- [9] Uribe-López, U., Gutiérrez-Hernández, D., Casillas-Rodríguez, F., Mora-González, M., Muñoz-Maciél, J. (2019). "Improvement of fringe quality for phase extraction in double digital fringe projection". *Optical Engineering*. 58. 1. 10.1117/1.OE.58.9.092605.
- [10] Jiang C., Lim B., & Zhang S. (2018). "Three-dimensional shape measurement using a structured light system with dual projectors". *Appl. Opt.* 57, 3983-3990.
- [11] Zhang, Z. (2000). "A Flexible New Technique for Camera Calibration". *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*. 22. 1330 - 1334. 10.1109/34.888718.
- [12] Zhang S. & Huang P. S. (2006). "Novel method for structured light system calibration," *Opt. Eng.* 45, 083601.
- [13] Sansoni G., Carocci M., & Rodella R. (1999). "Three-dimensional vision based on a combination of gray-code and phase-shift light projection: Analysis and compensation of the systematic errors," *Appl. Opt.* 38, 6565-6573.
- [14] Zhang S. & Yau S.-T. (2008). "Three-dimensional shape measurement using a structured light system with dual cameras," *Opt. Eng.* 47, 013604-013604.
- [15] Chen R., Xu J., Chen H., Su J., Zhang Z., & Chen K. (2016). "Accurate calibration method for camera and projector in fringe patterns measurement system," *Appl. Opt.* 55, 4293-4300.
- [16] Zhang, Y., Qu, X., Li, Y. & Zhang, F. (2021). "A Separation Method of Superimposed Gratings in Double-Projector Fringe Projection Profilometry Using a Color Camera". *Appl. Sci.*, 11, 890. <https://doi.org/10.3390/app11030890>
- [17] Wu, Z., Guo, W., & Zhang, Q. (2021). "Two-frequency phase-shifting method vs. Gray-coded-based method in dynamic fringe projection profilometry: a comparative review". *Optics and Lasers in Engineering*, Volume 153, 2022, 106995, ISSN 0143-8166, <https://doi.org/10.1016/j.optlaseng.2022.106995>.
- [18] Shaheen, A., Sims-Waterhouse, D., Bointon, P., & Takushima, S., Piano, S & Leach, R. (2021). "Characterisation of a multi-view fringe projection system based on the stereo matching of rectified phase maps". *Measurement Science and Technology*. 32. 10.1088/1361-6501/abd445.
- [19] Xiao, S., Tao, W., Yan, H. & Zhao, H. (2014). "A new geometrical model and mathematical method for three-dimensional surface reconstruction based on phase-shifting structured light technique". *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering*. 9276. 10.1117/12.2072278.
- [20] Saldner, H. O. & Huntley, J. M., (1997). "Temporal phase unwrapping: application to surface profiling of discontinuous objects," *Appl. Opt.* 36, 2770-2775.
- [21] Scharstein, D., Szeliski, R. & Zabih, R. (2001). "A taxonomy and evaluation of dense two-frame stereo correspondence algorithms," *Proceedings IEEE Workshop on Stereo and Multi-Baseline Vision (SMBV 2001)*, Kauai, HI, USA, pp. 131-140, doi: 10.1109/SMBV.2001.988771.
- [22] Hartley, R., & Zisserman, A. (2004). "Multiple View Geometry in Computer Vision". Cambridge: Cambridge University Press. doi:10.1017/CBO9780511811685.

Correo de autor de correspondencia: uribel.ubaldo@gmail.com